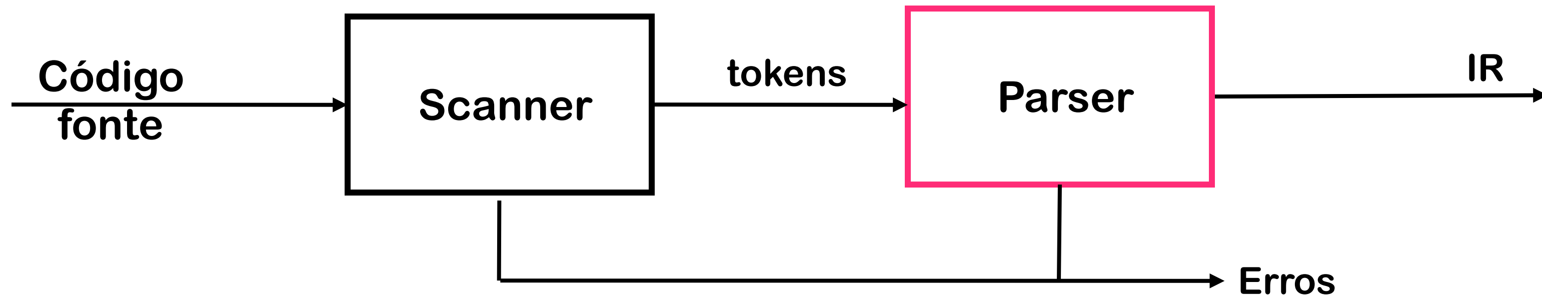
Análise Sintática

http://www.dcc.ufrj.br/~fabiom/comp

O Front End



Parser

- Verifica a corretude gramatical da sequência de palavras e categorias sintáticas produzida pelo scanner
- Determina se a entrada está sintaticamente bem formada
- Guia a verificação em níveis mais profundos que a sintaxe
- Constrói uma representação IR do código

O Estudo de Análise Sintática

Processo de descobrir a derivação de uma sentença

- Modelo matemático da sintaxe — uma gramática *G*
- Algoritmo para testar pertinência em L(*G*)
- O objetivo é produzir parsers, não estudar a matemática de linguagens arbitrárias

Roteiro de Estudo

1. Gramáticas livres de contexto e derivações
2. Parsing top-down
   - Parsers LL(1) gerados e parsers recursivos escritos à mão
3. Parsing bottom-up
   - Parsers LR(1) gerados

Especificando sintaxe com uma gramática

Sintaxe livre de contexto é especificada com uma gramática livre de contexto (CFG)

Ovelha → Ovelha <u>béé</u>

| <u>béé</u>

CFG que define o conjunto de sons de uma ovelha

Escrita em uma variante de BNF (forma de Backus–Naur)

Formalmente, uma gramática é uma quádrupla, G = (S,N,T,P)

- S é o símbolo inicial (gera as strings em L(G))
- N é um conjunto de símbolos não-terminais (variáveis sintáticas)
- T é um conjunto de símbolos terminais (palavras)
- P é um conjunto de produções ou regras de reescrita $(P : N \rightarrow (N \cup T)^{+})$

Por que não linguagens regulares e DFAs?

Nem toda linguagem é regular

($RLs \subset CFLs \subset CSLs$)

Não dá para construir um DFA para essas linguagens:

- $L = \{ p^k q^k \}$ (linguagens de parênteses)
- $L = \{ wcw^r \mid w \in \Sigma^* \}$

Nenhuma dessas linguagens é regular

Se uma linguagem é regular ou não é um tanto sutil. As linguagens abaixo <u>são</u> regulares

- 0s e 1s alternados

  $(\varepsilon \mid 1) (01)^* (\varepsilon \mid 0)$
- Número par de 0s e 1s

Limites das Linguagens Regulares

Vantagens de Expressões Regulares

- Notação simples e poderosa para especificar padrões
- Construção automática de reconhecedores eficientes
- Vários tipos de sintaxe podem ser especificadas com REs

Exemplo — uma expressão regular para expressões aritméticas

Termo → [a-zA-Z] ([a-zA-Z] | [0-9])*

Op → + | - | * | /

Expr → (Termo Op)* Termo

([a-zA-Z] ([a-zA-Z] | [0-9])* (+ | - | * | /))* [a-zA-Z] ([a-zA-Z] | [0-9])

Naturalmente isso gera um DFA…

Se REs são tão úteis, por que não usá-las para tudo?

⇒ Não pode acrescentar parênteses, chaves, pares begin-end…

Gramáticas Livres de Contexto

O que torma uma gramática "livre de contexto"?

A gramática Ovelha tem uma forma específica:

Ovelha → Ovelha <u>béé</u>

| <u>béé</u>

Produções têm um único não-terminal do lado esquerdo, o que torna impossível codificar contexto à esquerda ou direita.

⇒ A gramática é livre de contexto

Uma gramática sensível ao contexto pode ter mais de um não-terminal do lado esquerdo.

Note que L(Ovelha) é na verdade uma linguagem regular: $\underline{\text{béé}}^{+}$

Uma gramática mais útil

Para explorar os usos de CFGs vamos usar Expr

0	Expr	→	Expr Op Expr
1		|	<u>num</u>
2		|	<u>id</u>
3	Op	→	+
4		|	-
5		|	*
6		|	/

Regra	Forma Sentencial
—	Expr
0	Expr Op Expr
2	<id,x> Op Expr
4	<id,x> - Expr
0	<id,x> - Expr Op Expr
1	<id,x> - <num,2> Op Expr
5	<id,x> - <num,2> * Expr
2	<id,x> - <num,2> * <id,y>

- Uma sequência de reescritas é uma derivação
- O processo de achar uma derivação é o <u>parsing</u>

A derivação acima é: Expr $\Rightarrow^*$ <u>id</u> – <u>num</u> * <u>id</u>

Derivações

O objetivo do parsing é construir uma derivação

- A cada passo, escolhemos um não-terminal para reescrever
- Escolhas distintas levam a derivações distintas

Duas derivações de interesse

- Mais à esquerda — reescreva NT mais à esquerda em cada passo
- Mais à direita — reescreva NT mais à direita em cada passo

Essas são duas derivações sistemáticas

(Não ligamos para derivações aleatórias)

O exemplo no slide anterior foi uma derivação mais à esquerda

- Naturalmente existe também uma mais à direita
- Vamos ver que nessa gramática ela é bem diferente

Derivações

O objetivo do parsing é construir uma derivação

Uma derivação é uma série de passos de reescrita

$$S \Rightarrow \gamma_0 \Rightarrow \gamma_1 \Rightarrow \gamma_2 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \gamma_{n-1} \Rightarrow \gamma_n \Rightarrow \text{sentença}$$

- Cada γ_i é uma forma sentencial
  - Se γ contém apenas terminais, γ é uma sentença em L(G)
  - Se γ contém 1 ou mais não-terminais, γ é uma forma sentencial
- Para obter γ_i de γ_{i-1}, reescreva um NT $A \in \gamma_{i-1}$ usando $A \rightarrow \beta$
  - Troque a ocorrência de $A \in \gamma_{i-1}$ por β para obter γ_i
  - Em uma derivação mais à esquerda, esse seria o primeiro NT $A \in \gamma_{i-1}$

Uma forma sentencial à esquerda ocorre em uma derivação à esquerda

Uma forma sentencial à direta ocorre em uma derivação à direita

Duas derivações de x – 2 * y

Regra	Forma Sentencial
—	Expr
0	Expr Op Expr
2	<id,x> Op Expr
4	<id,x> - Expr
0	<id,x> - Expr Op Expr
1	<id,x> - <num,2> Op Expr
5	<id,x> - <num,2> * Expr
2	<id,x> - <num,2> * <id,y>

Mais à esquerda

Regra	Forma Sentencial
—	Expr
0	Expr Op Expr
2	Expr Op <id,y>
5	Expr * <id,y>
0	Expr Op Expr * <id,y>
1	Expr Op <num,2> * <id,y>
4	Expr - <num,2> * <id,y>
2	<id,x> - <num,2> * <id,y>

Mais à direita

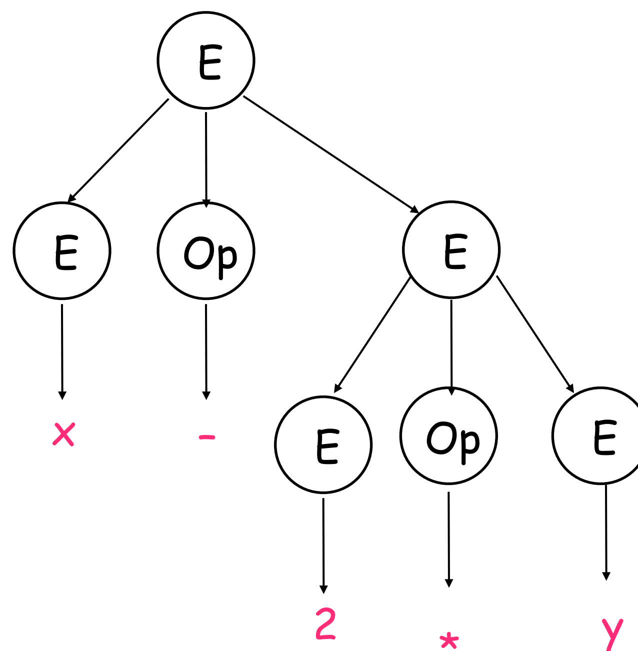
Nos dois casos, Expr ⇒* id – num * id

- As duas derivações produzem árvores diferentes
- As árvores implicam em ordens de avaliação diferentes!

Derivações e Árvores

Mais à esquerda

Regra	Forma Sentencial
—	Expr
0	Expr Op Expr
2	<id,x> Op Expr
4	<id,x> - Expr
0	<id,x> - Expr Op Expr
1	<id,x> - <num,2> Op Expr
5	<id,x> - <num,2> * Expr
2	<id,x> - <num,2> * <id,y>



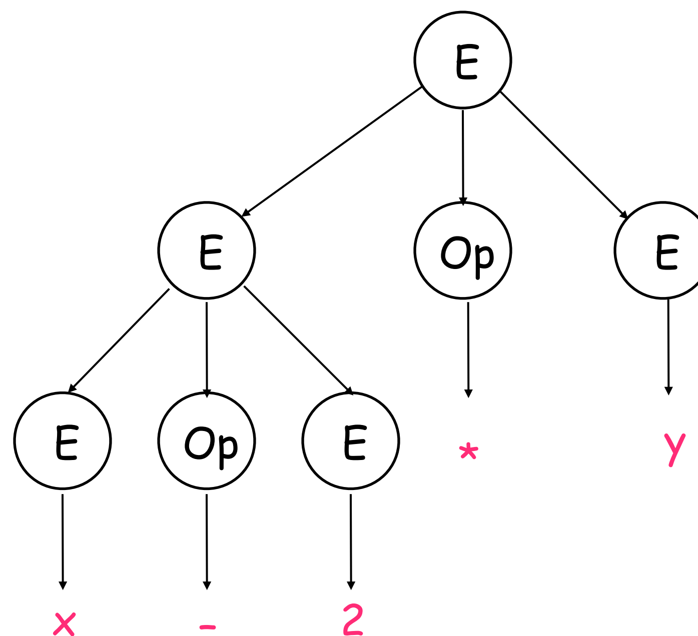
Isso avalia como x - (2 * y)

Derivações e Árvores

Mais à direita

Regra	Forma Sentencial
—	Expr
0	Expr Op Expr
2	Expr Op <id,y>
5	Expr * <id,y>
0	Expr Op Expr * <id,y>
1	Expr Op <num,2> * <id,y>
4	Expr - <num,2> * <id,y>
2	<id,x> - <num,2> * <id,y>

Isso avalia como (x - 2) * y



Gramáticas Ambíguas

Podemos ter uma outra árvore mesmo com uma deriv. mais à esquerda.

0	Expr	→	Expr Op Expr
1		|	num
2		|	id
3	Op	→	+
4		|	-
5		|	*
6		|	/

Regra	Forma Sentencial
—	Expr
0	Expr Op Expr
2	<id,x> Op Expr
4	<id,x> - Expr
0	<id,x> - Expr Op Expr
1	<id,x> - <num,2> Op Expr
5	<id,x> - <num,2> * Expr
2	<id,x> - <num,2> * <id,y>

- Essa gramática permite múltiplas derivações mais à esquerda de x - 2 * y
- Difícil de automatizar derivação se tem mais de uma escolha
- A gramática é ambígua

Vamos escolher outra regra

Duas derivações à esquerda para x – 2 * y

A diferença:

- Produções diferentes escolhidas no segundo passo

Regra	Forma Sentencial
—	Expr
0	Expr Op Expr
2	<id,x> Op Expr
4	<id,x> - Expr
0	<id,x> - Expr Op Expr
1	<id,x> - <num,2> Op Expr
5	<id,x> - <num,2> * Expr
1	<id,x> - <num,2> * <id,y>

Escolha original

Regra	Forma Sentencial
—	Expr
0	Expr Op Expr
0	Expr Op Expr Op Expr
2	<id,x> Op Expr Op Expr
4	<id,x> - Expr Op Expr
1	<id,x> - <num,2> Op Expr
5	<id,x> - <num,2> * Expr
2	<id,x> - <num,2> * <id,y>

Nova escolha

- Ambas produzem x - 2 * y

Gramáticas Ambíguas

Definições

- Se uma gramática tem mais de uma derivação mais à esquerda para uma mesma forma sentencial, a gramática é ambígua
- Se uma gramática tem mais de uma derivação mais à direita para uma mesma forma sentencial, a gramática é ambígua
- As derivações mais à esquerda e mais à direita podem diferir, mesmo em uma gramática não ambígua
  - Mas a árvore de parsing tem que ser a mesma!

Exemplo clássico — o problema do if-then-else

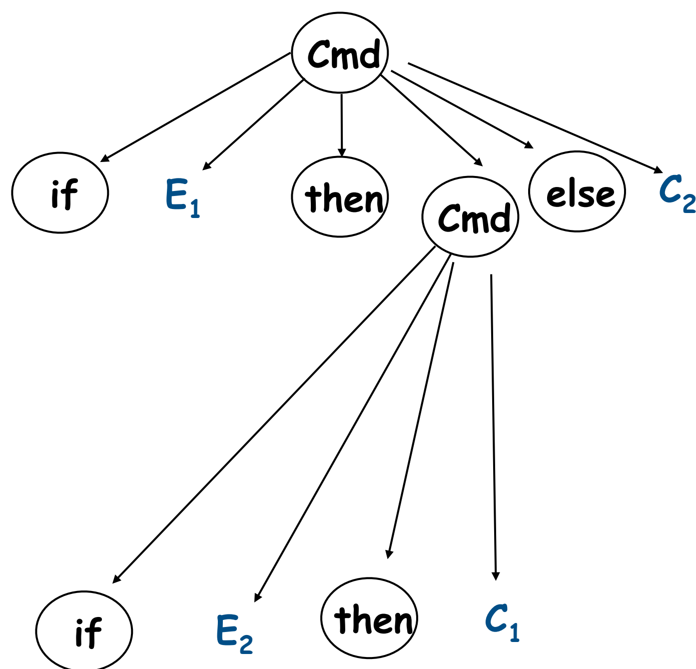
Cmd → if Expr then Cmd
  | if Expr then Cmd else Cmd
  | … outros cmds …

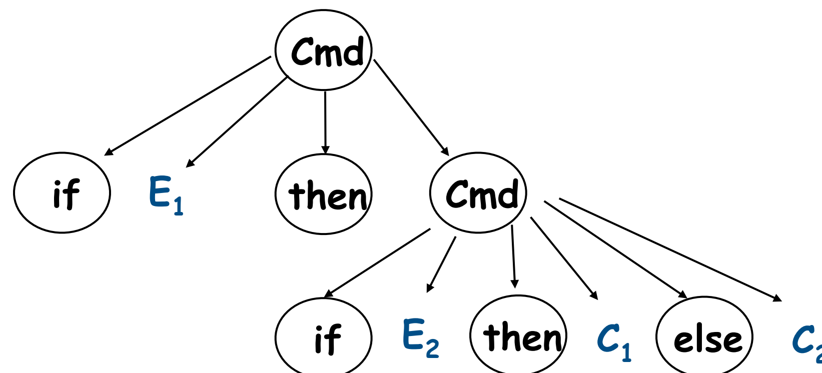
Ambiguidade inerente na gramática

Ambiguidade

Essa forma sentencial tem duas derivações

if $Expr_1$ then if $Expr_2$ then Cmd_1 else Cmd_2





regra 2, então regra 1

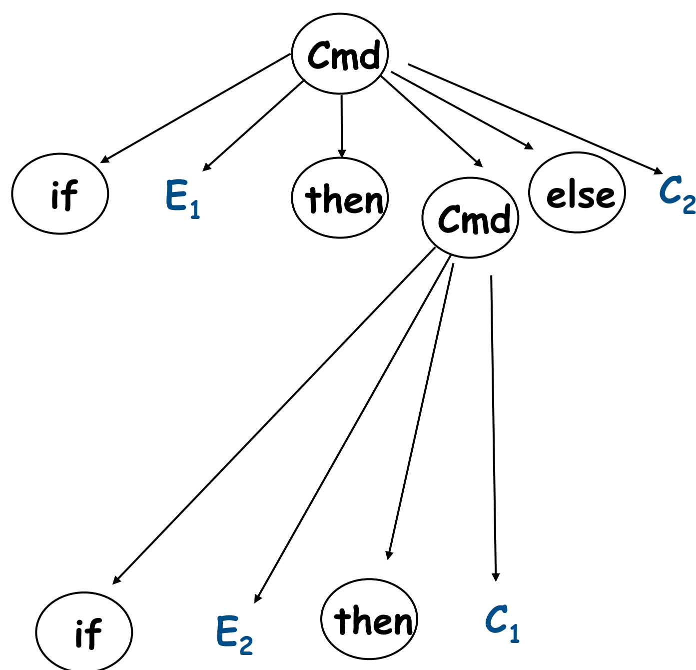
regra 1, então regra 2

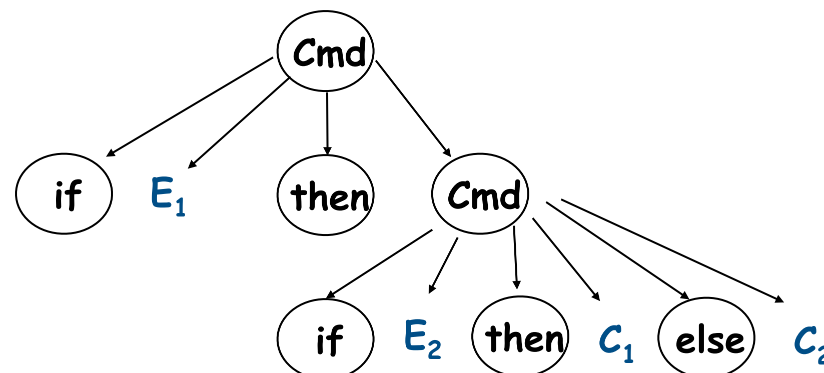
Ambiguidade

Essa forma sentencial tem duas derivações

if $Expr_1$ then if $Expr_2$ then Cmd_1 else Cmd_2

Significados diferentes!





regra 2, então
regra 1

regra 1, então
regra 2

Ambiguidade

Removendo a ambiguidade

- Reescrever a gramática para evitar o problema
- Casa cada else com o if mais interno (senso comum)

0	Cmd	→	if Expr then Cmd
1		|	if Expr then CmdElse else Cmd
2		|	outros comandos
3	CmdElse	→	if Expr then CmdElse else CmdElse
4		|	outros comandos

Intuição: uma vez em CmdElse, não podemos gerar um else não casado

… um if sem um else só pode vir da regra regra 1 …

Apenas uma derivação mais à direita para o exemplo

Ambiguidade

if $Expr_1$ then if $Expr_2$ then Cmd_1 else Cmd_2

Regra	Forma Sentencial
—	Cmd
0	if Expr then Cmd
1	if Expr then if Expr then CmdElse else Cmd
2	if Expr then if Expr then CmdElse else C_2
4	if Expr then if Expr then C_1 else C_2
?	if Expr then if E_2 then C_1 else C_2
?	if E_1 then if E_2 then C_1 else C_2

Outras produções para derivar Es

Apenas uma derivação mais à direita para o exemplo

Ambiguidade mais profunda

Ambiguidade normalmente é uma confusão na CFG

Sobrecarga pode causar ambiguidade mais profunda

a = f(17)

Em várias linguagens <u>f</u> pode ser uma função ou um array

Remover essa ambiguidade requer contexto

- Como <u>f</u> foi declarado
- Uma questão de tipo e não de sintaxe livre de contexto
- Requer solução extra-gramatical (fora da CFG)
- Deve ser lidada com um mecanismo diferente
  - Sair da gramática ao invés de usar uma gramática mais complexa

Ambiguidade - palavra final

Ambiguidade surge de duas fontes distintas

- Confusão na sintaxe livre de contexto (if-then-else)
- Confusão que requer contexto para resolver (sobrecarga)

Resolvendo ambiguidade

- Para remover ambiguidade livre de contexto, reescreva a gramática
- Para lidar com ambiguidade sensível ao contexto saia da gramática
  - Conhecimento de declarações, tipos...
  - Aceita um superconjunto de L(G) e verifique por outros meios
  - Problema de projeto de linguagem

Às vezes, se aceita uma gramática ambígua

- Técnicas de análise que "fazem a coisa certa"
- por ex., sempre escolhem a mesma derivação

Derivações e Precedência

Vamso voltar para a gramática de expressões:

E -> E + E | E - E | E * E | E / E | id | num | (E)

Não tem nenhuma noção de precedência, ou ordem de avaliação

Para adicionar precedência

- Crie um não-terminal para cada nível de precedência
- Isole a parte correspondente da gramática
- Force o parser a reconhecer subexpressões de maior precedência primeiro

Para expressões algébricas

- Parênteses primeiro (nível 1)
- Multiplicação e divisão, depois (nível 2)
- Adição e subtração, por último (nível 3)

Derivações e Precedência

Adiconando precedência algébrica tradicional produz:

	#			
	0	G	→	Expr
nível 3	1	Expr	→	Expr + Termo
	2		|	Expr - Termo
	3		|	Termo
nível 2	4	Termo	→	Termo * Fator
	5		|	Termo / Fator
	6		|	Fator
nível 1	7	Fator	→	(Expr)
	8		|	<u>num</u>
	9		|	<u>id</u>

Ligeiramente maior

- Precisa de mais reescrita para chegar nos mesmos terminais
- Codifica precedência esperada
- Produz a mesma árvore sob derivação mais à esquerda ou direita
- Corretude ganha velocidade do parser

Vamos ver como lida com x-2*y

Uma forma da "gramática de expressões clássica"

Derivações e Precedência

Adiconando precedência algébrica tradicional produz:

	0	G	→	Expr
nível 3	1	Expr	→	Expr + Termo
	2		|	Expr - Termo
	3		|	Termo
nível 2	4	Termo	→	Termo * Fator
	5		|	Termo / Fator
	6		|	Fator
nível 1	7	Fator	→	(Expr)
	8		|	num
	9		|	id

Ligeiramente maior

- Precisa de mais reescrita para chegar nos mesmos terminais
- Codifica precedência esperada
- Produz a mesma árvore sob derivação mais à esquerda ou direita
- Corretude ganha velocidade do parser

Vamos ver como lida com x-2*y

Uma RE para expressões não pode lidar com precedência

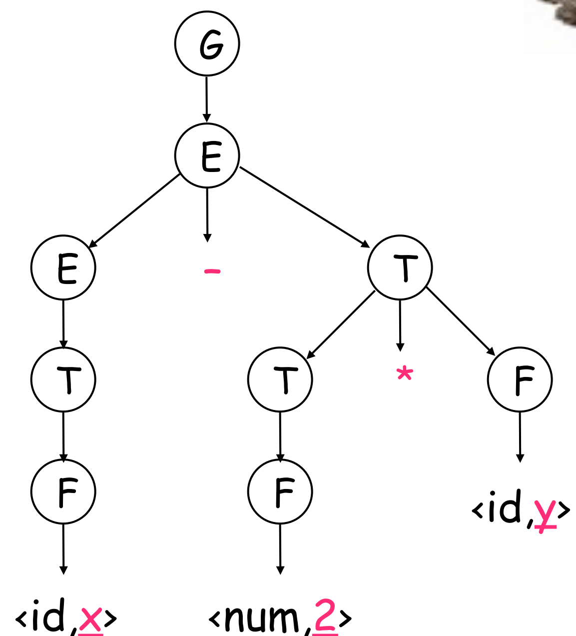
Introduzimos parênteses, também (além do poder de RE)

Uma forma da "gramática de expressões clássica"

Derivações e Precedência

Regra	Forma Sentencial
—	G
0	Expr
2	Expr - Termo
4	Expr - Termo * Fator
9	Expr - Termo * <id,y>
6	Expr - Fator * <id,y>
8	Expr - <num,2> * <id,y>
3	Termo - <num,2> * <id,y>
6	Fator - <num,2> * <id,y>
9	<id,x> - <num,2> * <id,y>

Derivação mais à direita



Árvore de Parsing

Deriva x – (2 * y), junto com uma árvore apropriada.

Tanto a derivação mais à esquerda quanto a mais à direita dão a mesma expressão, pois a gramática tem a precedência correta explicitamente.

Técnicas de Análise Sintática

Parsers top-down (LL(1), recursivos)

- Comece da raiz da árvore e vá em direção às folhas
- Escolha uma produção e tente casar com a entrada
- Má escolha ⇒ pode precisar voltar
- Algumas gramáticas não precisam voltar (parsing preditivo)

Parsers bottom-up (LR(1), parser de precedência)

- Comece nas folhas e vá em direção à raiz
- À medida que a entrada é consumida, codifique as escolhas em um estado interno
- Comece em um estado válido para primeiros tokens
- Parsers bottom-up lidam com uma grande classe de gramáticas

Análise top-down

Um parser top-down começa na raiz da árvore de parse

O nó raiz é rotulado com o símbolo inicial da gramática

Algoritmo de análise top-down:

Construa o nó raiz da árvore

Repita até franja da árvore casar com a entrada

1. Em um nó com rótulo *A*, escolha uma produção de *A* e, para cada símbolo no lado direito, construa o filho apropriado
2. Quando um terminal é adicionado à franja mas não casa com a entrada, volte e tente outra escolha
3. Ache o próximo nó para expandir (rótulo ∈ NT)

A chave é escolher a produção certa no passo 1

— Escolha guiada pela entrada

Lembra da gramática de expressões?

Chamamos essa versão de "gramática de expressões clássica"

0	G	→	Expr
1	Expr	→	Expr + Termo
2		|	Expr - Termo
3		|	Termo
4	Termo	→	Termo * Fator
5		|	Termo / Fator
6		|	Fator
7	Fator	→	(Expr)
8		|	num
9		|	id

A entrada é x – 2 * y

Exemplo

Vamos tentar x - 2 * y :

G

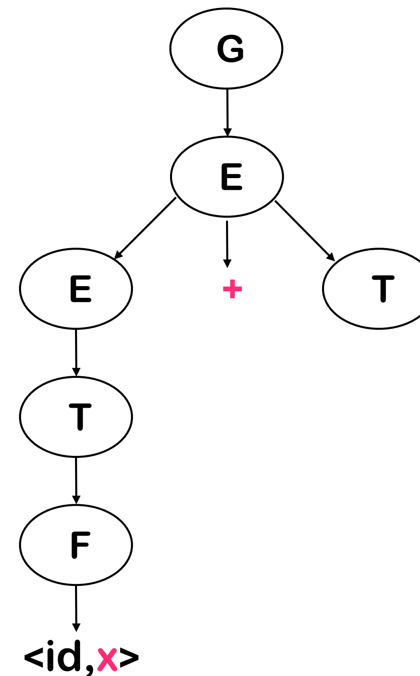
Regra	Forma Sentencial	Entrada
—	G	↑x - 2 * y

↑ é a posição na entrada

Exemplo

Vamos tentar x – 2 * y :

Regra	Forma Sentencial	Entrada
—	G	↑x - 2 * y
0	Expr	↑x - 2 * y
1	Expr +Termo	↑x - 2 * y
3	Termo +Termo	↑x - 2 * y
6	Fator +Termo	↑x - 2 * y
9	<id,x> +Termo	↑x - 2 * y
→	<id,x> +Termo	x ↑- 2 * y

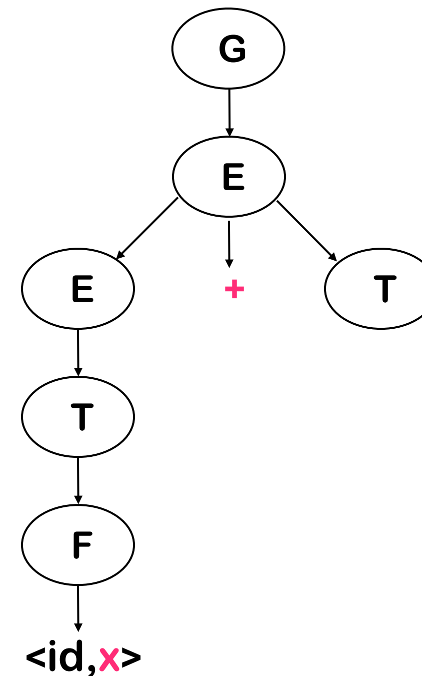


↑ é a posição na entrada

Exemplo

Vamos tentar x – 2 * y :

Regra	Forma Sentencial	Entrada
—	G	↑x - 2 * y
0	Expr	↑x - 2 * y
1	Expr +Termo	↑x - 2 * y
3	Termo +Termo	↑x - 2 * y
6	Fator +Termo	↑x - 2 * y
9	<id,x> +Termo	↑x - 2 * y
→	<id,x> +Termo	x ↑- 2 * y



Funcionou bem, exceto que "–" não casa "+"

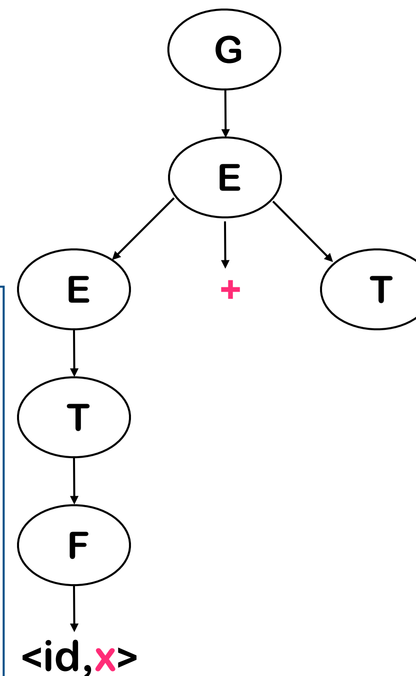
O parser tem que voltar pra cá

↑ é a posição na entrada

Exemplo

Vamos tentar x – 2 * y :

Regra	Forma Sentencial	Entrada
—	G	↑x - 2 * y
0	Expr	↑x - 2 * y
1	Expr +Termo	↑x - 2 * y
3	Termo +Termo	↑x - 2 * y
6	Fator +Termo	↑x - 2 * y
9	<id,x> +Termo	↑x - 2 * y
→	<id,x> +Termo	x ↑- 2 * y



Funcionou bem, exceto que "–" não casa "+"

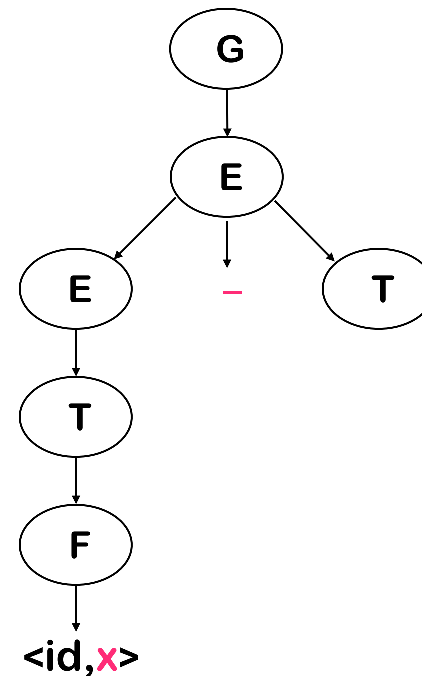
O parser tem que voltar pra cá

↑ é a posição na entrada

Exemplo

Continuando com x – 2 * y :

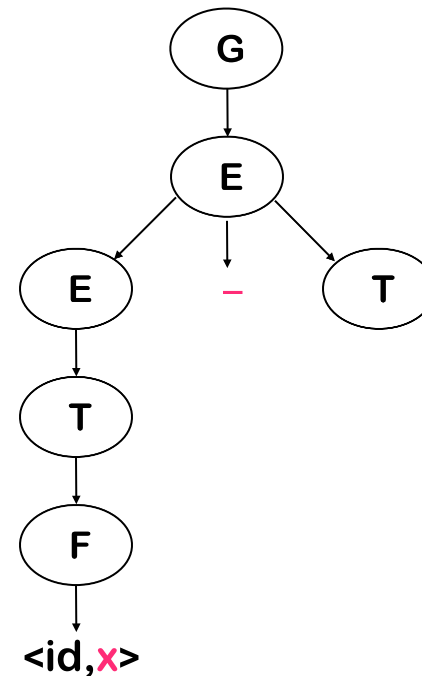
Regra	Forma Sentencial	Entrada
—	G	↑x - 2 * y
0	Expr	↑x - 2 * y
2	Expr -Termo	↑x - 2 * y
3	Termo -Termo	↑x - 2 * y
6	Fator -Termo	↑x - 2 * y
9	<id,x> - Termo	↑x - 2 * y
→	<id,x> -Termo	x ↑- 2 * y
→	<id,x> -Termo	x - ↑2 * y



Exemplo

Continuando com x – 2 * y :

Regra	Forma Sentencial	Entrada
—	G	↑x - 2 * y
0	Expr	↑x - 2 * y
2	Expr -Termo	↑x - 2 * y
3	Termo -Termo	↑x - 2 * y
6	Fator -Termo	↑x - 2 * y
9	<id,x> - Termo	↑x - 2 * y
→	<id,x> -Termo	x ↑- 2 * y
→	<id,x> -Termo	x - ↑2 * y



⇒ Agora precisamos expandir Termo - o último NT na franja

Exemplo

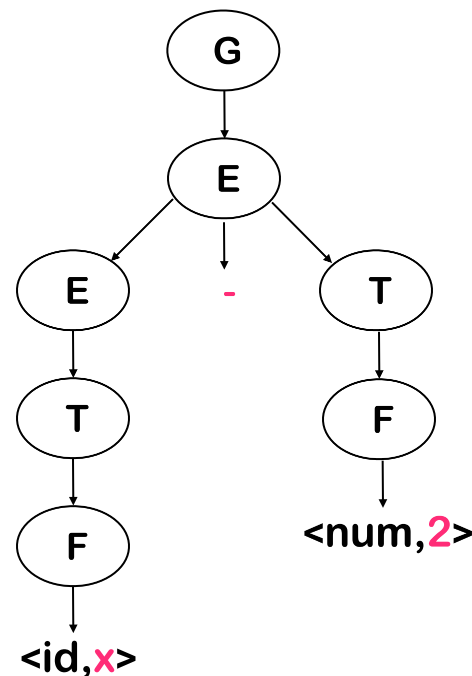
Tentar casar o “2” em x – 2 * y :

Regra	Forma Sentencial	Entrada
→	<id,x> - Termo	x - ↑2 * y
6	<id,x> - Fator	x - ↑2 * y
8	<id,x> - <num,2>	x - ↑2 * y
→	<id,x> - <num,2>	x - 2 ↑* y

Exemplo

Tentar casar o "2" em x - 2 * y :

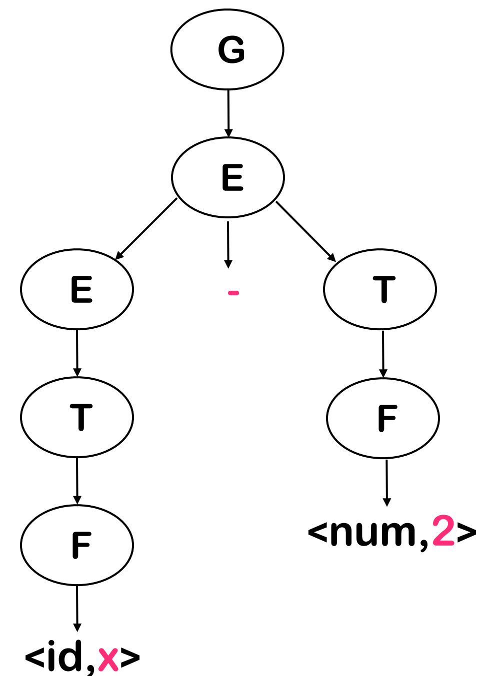
Regra	Forma Sentencial	Entrada
→	<id,x> - Termo	x - ↑2 * y
6	<id,x> - Fator	x - ↑2 * y
8	<id,x> - <num,2>	x - ↑2 * y
→	<id,x> - <num,2>	x - 2 ↑* y



Exemplo

Tentar casar o "2" em x - 2 * y :

Regra	Forma Sentencial	Entrada
→	<id,x> - Termo	x - ↑2 * y
6	<id,x> - Fator	x - ↑2 * y
8	<id,x> - <num,2>	x - ↑2 * y
→	<id,x> - <num,2>	x - 2 ↑* y



Onde estamos?

- "2" casa com "2"
- Temos mais entrada, mas acabaram os NTs para expandir
- Terminamos a expansão muito cedo

⇒ Voltar novamente...

Exemplo

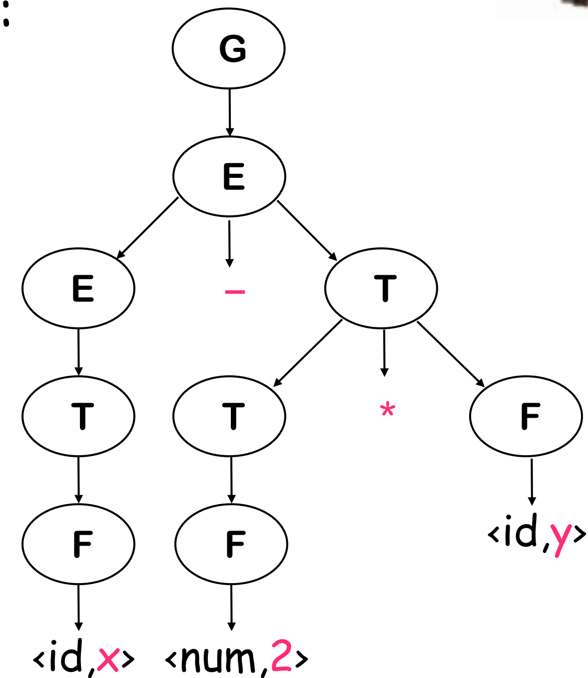
Tentando de novo com "2" em x – 2 * y :

Regra	Forma Sentencial	Entrada
→	<id,x> - Termo	x - ↑2 * y
4	<id,x> - Termo * Fator	x - ↑2 * y
6	<id,x> - Fator * Fator	x - ↑2 * y
8	<id,x> - <num,2> * Fator	x - ↑2 * y
→	<id,x> - <num,2> * Fator	x - 2 ↑* y
→	<id,x> - <num,2> * Fator	x - 2 * ↑y
9	<id,x> - <num,2> * <id,y>	x - 2 * ↑y
→	<id,x> - <num,2> * <id,y>	x - 2 * y↑

Exemplo

Tentando de novo com "2" em x - 2 * y :

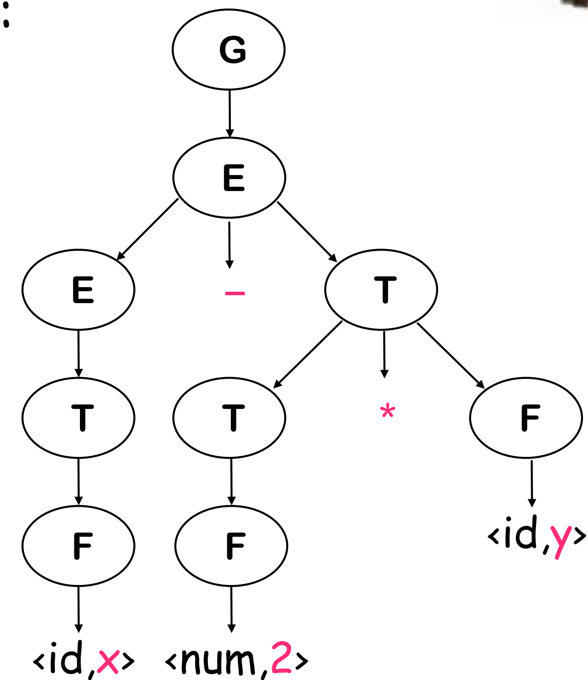
Regra	Forma Sentencial	Entrada
→	<id,x> - Termo	x - ↑2 * y
4	<id,x> - Termo * Fator	x - ↑2 * y
6	<id,x> - Fator * Fator	x - ↑2 * y
8	<id,x> - <num,2> * Fator	x - ↑2 * y
→	<id,x> - <num,2> * Fator	x - 2 ↑* y
→	<id,x> - <num,2> * Fator	x - 2 * ↑y
9	<id,x> - <num,2> * <id,y>	x - 2 * ↑y
→	<id,x> - <num,2> * <id,y>	x - 2 * y↑



Exemplo

Tentando de novo com "2" em x - 2 * y :

Regra	Forma Sentencial	Entrada
→	<id,x> - Termo	x - ↑2 * y
4	<id,x> - Termo * Fator	x - ↑2 * y
6	<id,x> - Fator * Fator	x - ↑2 * y
8	<id,x> - <num,2> * Fator	x - ↑2 * y
→	<id,x> - <num,2> * Fator	x - 2 ↑* y
→	<id,x> - <num,2> * Fator	x - 2 * ↑y
9	<id,x> - <num,2> * <id,y>	x - 2 * ↑y
→	<id,x> - <num,2> * <id,y>	x - 2 * y↑



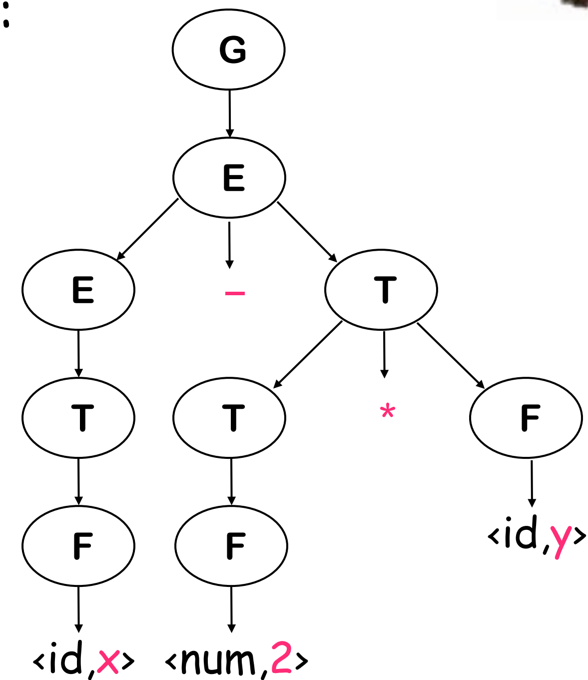
Dessa vez, casamos e consumimos toda a entrada

⇒Sucesso!

Exemplo

Tentando de novo com "2" em x – 2 * y :

Regra	Forma Sentencial	Entrada
→	<id,x> - Termo	x - ↑2 * y
4	<id,x> - Termo * Fator	x - ↑2 * y
6	<id,x> - Fator * Fator	x - ↑2 * y
8	<id,x> - <num,2> * Fator	x - ↑2 * y
→	<id,x> - <num,2> * Fator	x - 2 ↑* y
→	<id,x> - <num,2> * Fator	x - 2 * ↑y
9	<id,x> - <num,2> * <id,y>	x - 2 * ↑y
→	<id,x> - <num,2> * <id,y>	x - 2 * y↑



Conclusão:

O parser tem que fazer a escolha correta quando expande um NT.
Escolhas erradas são esforço desperdiçado.

Outra análise possível

Outras escolhas para expansão são possíveis

Regra	Forma Sentencial	Entrada
—	G	↑x - 2 * y
0	Expr	↑x - 2 * y
1	Expr +Termo	↑x - 2 * y
1	Expr + Termo +Termo	↑x - 2 * y
1	Expr + Termo +Termo + Termo	↑x - 2 * y
1	e por aí vai...	↑x - 2 * y

Não consome a entrada!

Essa expansão não termina

- Escolha da expansão errada leva a não terminação
- O parser não pode entrar em um loop infinito!
- Parser deve fazer a escolha correta

Recursão à Esquerda

Parsers top-down não lidam com recursão à esquerda

Formalmente,

Uma gramática é recursiva à esquerda se $\exists$ $A \in NT$ tal que

$\exists$ uma derivação $A \Rightarrow^+ A\alpha$, para alguma string $\alpha \in (NT \cup T)^+$

Nossa gramática de expressões é recursiva à esquerda

- Isso leva a não-terminação em um parser top-down
- Em um parser top-down, qualquer recursão tem que ser à direita
- Queremos converter recursão à esquerda em recursão à direita

Um compilador <u>nunca</u> pode entrar em loop infinito

Eliminando Recursão à Esquerda

Para remover recursão à esquerda, podemos transformar a gramática

Considere um fragmento de gramática com a forma

Foo → Foo α

  | β

onde nem α nem β começam com Foo

Podemos reescrevê-lo como

Foo → β Bar

Bar → α Bar

  | ε

onde Bar é um novo não-terminal

A nova gramática define a mesma linguagem, usando apenas recursão à direita

Vazio

Eliminando Recursão à Esquerda

A gramática de expressões tem dois casos de rec. à esq.

Expr	→	Expr + Termo	Termo	→	Termo * Fator
	|	Expr - Termo		|	Termo / Fator
	|	Termo		|	Fator

Aplicando a transformação leva a

Expr	→	Termo Expr′	Termo	→	Fator Termo′
Expr′	→	+ Termo Expr′	Termo′	→	* Fator Termo′
	|	- Termo Expr′		|	/ Fator Termo′
	|	ε		|	ε

Esses fragmentos usam apenas recursão à direita

Recursão à direita geralmente implica associatividade à direita, mas nesse caso a associatividade à esquerda é preservada.

Eliminando Recursão à Esquerda

Substituindo de volta na gramática

0	G	→	Expr
1	Expr	→	Termo Expr'
2	Expr'	→	+ Termo Expr'
3		|	- Termo Expr'
4		|	ε
5	Termo	→	Fator Termo'
6	Termo'	→	* Fator Termo'
7		|	/ Fator Termo'
8		|	ε
9	Fator	→	(Expr)
10		|	num
11		|	id

- Não muito intuitiva, mas correta
- É associativa à esquerda, como a original
  - ⇒ Transformação ingênua gera uma gramática que associa à direita

Escolhendo a Produção "Certa"

Se escolher a produção errada um parser top-down vai precisar voltar

Alternativa é espiar a entrada e usar isso para escolher a produção (lookahead)

Quanto lookahead é preciso?

- No caso geral, uma quantidade arbitrária
- Algoritmos não tão eficientes (cúbico em função do tamanho da entrada)

Por sorte,

- Muitas CFGs podem ser analisadas com lookahead limitado (e pequeno)
- A maior parte das linguagens de programação está nesse caso

As classes mais interessantes de gramática são LL(1) e LR(1)

Vamos começar com LL(1) e parsers preditivos (top-down)

Parsers Preditivos

Ideia básica

Dado $A \rightarrow \alpha \mid \beta$, o parser deve escolher poder escolher entre α e β

Conjuntos FIRST

Para algum lado direito $\alpha \in G$, FIRST(α) é o conjunto de tokens que aparece como primeiro símbolo nas strings que α deriva

Isso é, $\underline{x} \in$ FIRST(α) se só se $\alpha \Rightarrow^* \underline{x}\, \gamma$, para algum γ

Vamos deixar o problema de calcular conjuntos FIRST pra lá. Todos os livros apresentam algoritmos para isso.

Parsers Preditivos

Ideia básica

Dado $A \rightarrow \alpha \mid \beta$, o parser deve escolher poder escolher entre α e β

Conjuntos FIRST

Para algum lado direito $\alpha \in G$, FIRST(α) é o conjunto de tokensque aparece como primeiro símbolo nas strings que α deriva

Isso é, $\underline{x} \in$ FIRST(α) se só se $\alpha \Rightarrow^* \underline{x}\,\gamma$, para algum γ

A Propriedade LL(1)

Se $A \rightarrow \alpha$ e $A \rightarrow \beta$ são produções da gramática, gostaríamos que

$$\text{FIRST}(\alpha) \cap \text{FIRST}(\beta) = \emptyset$$

Isso permitiria ao parser escolher qual produção seguir com um símbolo de lookahead!

Parsers Preditivos

E quanto a produções ε?

$\Rightarrow$ Elas complicam a definição de LL(1)

Se $A \rightarrow \alpha$ e $A \rightarrow \beta$ e $\varepsilon \in$ FIRST(α), então precisamos garantir que FIRST(β) é disjunto de FOLLOW(A), também, onde

FOLLOW(A) = o conjunto de símbolos terminais seguem imediatamente A em uma forma sentencial

Isto é, $\underline{x} \in$ FOLLOW(A) se só se $S \Rightarrow^* \alpha A \underline{x} \gamma$ para algum α e γ

Definindo FIRST$^+$($A \rightarrow \alpha$), **o conjunto de lookahead**, como

- FIRST(α) $\cup$ FOLLOW(A) - $\{\varepsilon\}$, se $\varepsilon \in$ FIRST(α)
- FIRST(α), caso contrário

Então uma gramática é LL(1) se só se $A \rightarrow \alpha$ e $A \rightarrow \beta$ implica

$$\text{FIRST}^+(A \rightarrow \alpha) \cap \text{FIRST}^+(A \rightarrow \beta) = \varnothing$$

Parsers Preditivos

Dada uma gramática com a propriedade LL(1)

- Podemos escrever uma rotina simples para reconhecer cada lado esquerdo
- Código é simples e rápido

Considere $A \rightarrow \beta_1 \mid \beta_2 \mid \beta_3$, com

$FIRST^{+}(A \rightarrow \beta_i) \cap FIRST^{+}(A \rightarrow \beta_j) = \emptyset$ se $i \neq j$

Parsers Preditivos

Dada uma gramática com a propriedade LL(1)

- Podemos escrever uma rotina simples para reconhecer cada lado esquerdo
- Código é simples e rápido

Considere $A \rightarrow \beta_1 \mid \beta_2 \mid \beta_3$, com

$$FIRST^+(A \rightarrow \beta_i) \cap FIRST^+(A \rightarrow \beta_j) = \emptyset \text{ se } i \neq j$$

```
/* reconheça A */
if (lookahead ∈ FIRST+(A→β1))
   reconheça β1 e retorne
else if (lookahead ∈ FIRST+(A→β2))
   reconheça β2 e retorne
else if (lookahead ∈ FIRST+(A→β3))
   reconheça β3 e retorne
else
   erro de sintaxe
```

Parsers Preditivos

Dada uma gramática com a propriedade LL(1)

- Podemos escrever uma rotina simples para reconhecer cada lado esquerdo
- Código é simples e rápido

Considere $A \rightarrow \beta_1 \mid \beta_2 \mid \beta_3$, com

$$FIRST^{+}(A \rightarrow \beta_i) \cap FIRST^{+}(A \rightarrow \beta_j) = \emptyset \text{ se } i \neq j$$

```
/* reconheça A */
if (lookahead ∈ FIRST+(A→β1))
    reconheça β1 e retorne
else if (lookahead ∈ FIRST+(A→β2))
    reconheça β2 e retorne
else if (lookahead ∈ FIRST+(A→β3))
    reconheça β3 e retorne
else
    erro de sintaxe
```

Gramáticas com a propriedade LL(1) são chamadas gramáticas preditivas pois o parser pode "prever" a expansão correta em cada ponto da análise.

Parsers que aproveitam a propriedade LL(1), ou sua generalização para lookaheads maiores, são chamados parsers preditivos.

Um tipo de parser preditivo é o parser recursivo.

Parsers Recursivos

Lembre da gramática de expressões, depois de transformada

0	G	→	Expr
1	Expr	→	Termo Expr'
2	Expr'	→	+ Termo Expr'
3		|	- Termo Expr'
4		|	ε
5	Termo	→	Fator Termo'
6	Termo'	→	* Fator Termo'
7		|	/ Fator Termo'
8		|	ε
9	Fator	→	(Expr)
10		|	num
11		|	id

Isso produz um parser com seis rotinas mutuamente recursivas:

- G
- Expr
- ExprL
- Termo
- TermoL
- Fator

Cada uma reconhece um NT.

O parser prossegue de modo top-down.

Parsers Recursivos

Algumas rotinas do parser de expressões

```
G( )
    token ← next_token( );
    if (Expr( ) = true & token = EOF)
       then próxima fase;
       else
           erro de sintaxe;
           return false;

Expr( )
   if (Termo( ) = false)
     then return false;
     else return ExprL( );
```

Parsers Recursivos

Algumas rotinas do parser de expressões

```
G( )
    token ← next_token( );
    if (Expr( ) = true & token = EOF)
        then próxima fase;
        else
            erro de sintaxe;
            return false;

Expr( )
   if (Termo( ) = false)
      then return false;
      else return ExprL( );

Fator( )
   if (token = NUM) then
      token ← next_token( );
      return true;
   else if (token = ID) then
      token ← next_token( );
      return true;
   else if (token = '(')
      token ← next_token( );
      if (Expr( ) = true & token = ')') then
         token ← next_token( );
         return true;
   // saindo do if
   erro de sintaxe;
   return false;
```

Parsers Recursivos

Algumas rotinas do parser de expressões

```
G( )
    token ← next_token( );
    if (Expr( ) = true & token = EOF)
        then próxima fase;
        else
            erro de sintaxe;
            return false;

Expr( )
   if (Termo( ) = false)
      then return false;
      else return ExprL( );
```

```
Fator( )
  if (token = NUM) then
     token ← next_token( );
     return true;
  else if (token = ID) then
      token ← next_token( );
      return true;
  else if (token = '(')
      token ← next_token( );
      if (Expr( ) = true & token = ')') then
         token ← next_token( );
         return true;
  // saindo do if
  erro de sintaxe;
  return false;
```

Pode ficar separado nos ifs internos para melhores mensagens de erro!

E se a gramática não for LL(1) ?

Podemos transformar uma gramática não-LL(1) em LL(1)?

- No caso geral não
- Em muitos casos, sim

Seja uma gramática G com produções $A \rightarrow \alpha\,\beta_1$ e $A \rightarrow \alpha\,\beta_2$

- Se α não deriva ε, então

$$\mathrm{FIRST}^{+}(A \rightarrow \alpha\,\beta_1) \cap \mathrm{FIRST}^{+}(A \rightarrow \alpha\,\beta_2) \neq \varnothing$$

- E a gramática não é LL(1)

Se passarmos o prefixo comum α para uma produção separada então talvez a gramática se torne LL(1).

$$A \rightarrow \alpha\ A',\ A' \rightarrow \beta_1 \text{ e } A' \rightarrow \beta_2$$

Agora, se $\mathrm{FIRST}^{+}(A' \rightarrow \beta_1) \cap \mathrm{FIRST}^{+}(A' \rightarrow \beta_2) = \varnothing$, G pode ser LL(1)

E se a gramática não for LL(1) ?

Fatoração à esquerda

Para cada não-terminal A

ache o maior prefixo α comum a 2 ou mais alternativas para A

se $\alpha \neq \varepsilon$ então

troque todas as produções

$A \rightarrow \alpha\beta_1 \mid \alpha\beta_2 \mid \alpha\beta_3 \mid \ldots \mid \alpha\beta_n \mid \gamma$

por

$A \rightarrow \alpha A' \mid \gamma$

$A' \rightarrow \beta_1 \mid \beta_2 \mid \beta_3 \mid \ldots \mid \beta_n$

Repita até que nenhum terminal tenha produções com prefixos comuns

Essa transformação torna algumas gramáticas LL(1)

Mas existem linguagens que não têm gramáticas LL(1)

Fatoração à Esquerda

Seja uma gramática de expressões recursiva à direita simples

0	G	→	Expr
1	Expr	→	Termo + Expr
2		|	Termo - Expr
3		|	Termo
4	Termo	→	Fator * Termo
5		|	Fator / Termo
6		|	Fator
7	Fator	→	<u>num</u>
8		|	<u>id</u>

First+(1) = First+(2) = First+(3)

First+(4) = First+(5) = First+(6)

Vamos fatorar essa gramática.

Fatoração à Esquerda

Após fatorar nós temos

0	G	→	Expr
1	Expr	→	Termo Expr'
2	Expr'	→	+ Expr
3		|	- Expr
4		|	ε
5	Termo	→	Fator Termo'
6	Termo'	→	* Termo
7		|	/ Termo
8		|	ε
9	Fator	→	num
10		|	id

A gramática agora é LL(1)

Parsers Preditivos, novamente

Dada uma gramática LL(1), e seus conjuntos FIRST e FOLLOW

- Emita uma rotina para cada não-terminal
  - Cascata de if-then-else para escolher alternativas
  - Retorna true em sucesso (ou executa ação) ou reporta erro
  - Código simples e funcional, mas pode ser feio
- Construção automática de um parser recursivo!

Melhorando a situação

- Cascata de if-then-else pode ser lenta
  - Um bom switch pode ser melhor
- Que tal usar uma tabela?
  - Interpetar a tabela com um parser genérico, como no scanner

Construção de Parsers LL(1)

Estratégia

- Codificar gramática em tabela
- Usar parser genérico para interpretar

Exemplo

- O não-terminal Fator tem 3 alternativas
  - (Expr) ou id ou num
- Tabela pode ser:

0	G	→	Expr
1	Expr	→	Termo Expr'
2	Expr'	→	+ Termo Expr'
3		|	- Termo Expr'
4		|	ε
5	Termo	→	Fator Termo'
6	Termo'	→	* Fator Termo'
7		|	/ Fator Termo'
8		|	ε
9	Fator	→	num
10		|	id
11		|	(Expr)

Terminais

Não-terminais

	+	-	*	/	Id.	Num.	(	)	EOF
Fator	—	—	—	—	10	9	11	—	—

Construção de Parsers LL(1)

Estratégia

- Codificar gramática em tabela
- Usar parser genérico para interpretar

Exemplo

- O não-terminal Fator tem 3 alternativas
  - (Expr) ou id ou num
- Tabela pode ser:

0	G	→	Expr
1	Expr	→	Termo Expr'
2	Expr'	→	+ Termo Expr'
3		|	- Termo Expr'
4		|	ε
5	Termo	→	Fator Termo'
6	Termo'	→	* Fator Termo'
7		|	/ Fator Termo'
8		|	ε
9	Fator	→	num
10		|	id
11		|	(Expr)

Terminais

Não-terminais

	+	-	*	/	Id.	Num.	(	)	EOF
Fator	—	—	—	—	10	9	11	—	—

Parser deve acusar um erro

Construção de Parsers LL(1)

0	G	→	Expr
1	Expr	→	Termo Expr'
2	Expr'	→	+ Termo Expr'
3		|	- Termo Expr'
4		|	ε
5	Termo	→	Fator Termo'
6	Termo'	→	* Fator Termo'
7		|	/ Fator Termo'
8		|	ε
9	Fator	→	num
10		|	id
11		|	(Expr)

Estratégia

- Codificar gramática em tabela
- Usar parser genérico para interpretar

Exemplo

- O não-terminal Fator tem 3 alternativas
  - (Expr) ou id ou num
- Tabela pode ser:

Terminais

Não-terminais	+	-	*	/	Id.	Num.	(	)	EOF
Fator	—	—	—	—	10	9	11	—	—

Parser deve acusar um erro

Se a entrada é um número use produção 9

Tabela de Parsing LL(1) para Expressões

	+	-	*	/	Id	Num	(	)	EOF
G	—	—	—	—	0	0	0	—	—
Expr	—	—	—	—	1	1	1	—	—
Expr'	2	3	—	—	—	—	—	4	4
Termo	—	—	—	—	5	5	5	—	—
Termo'	8	8	6	7	—	—	—	8	8
Fator	—	—	—	—	10	9	11	—	—

Linha do slide anterior

Parser Genérico

```
token ← GetToken()            // Inicialização com lookahead
push EOF                      // e pilha de parsing
push S
TOP ← topo da pilha

loop
  if TOP = EOF and token = EOF then
     break com sucesso   // sai
  else if TOP é terminal then
     if TOP = token then
        pop                            // reconheceu TOP
        token ← GetToken()
     else break com erro procurando TOP
  else                                 // TOP é não-terminal
     if TABELA[TOP,token] é A→ B1B2…Bk then
        pop                            // se livra de A
        push Bk, Bk-1, …, B1           // nessa ordem!
     else break com erro expandindo TOP
  TOP ← topo da pilha
```

Construção de Parsers LL(1)

Construindo a tabela completa

- Uma linha para cada NT e uma coluna pra cada T
- Um interpretador para a tabela
- Um algoritmo para construir a tabela

Preenchendo TABELA[X,y], $X \in NT$, $y \in T$

1. entrada é regra $X \rightarrow \beta$, se $y \in FIRST^{+}(X \rightarrow \beta)$
2. entrada é error caso contrário

Se uma entrada tem mais de uma regra então G não é LL(1)

Esse é o algoritmo de construção de tabelas LL(1)