

# Compiladores - Gramáticas

---

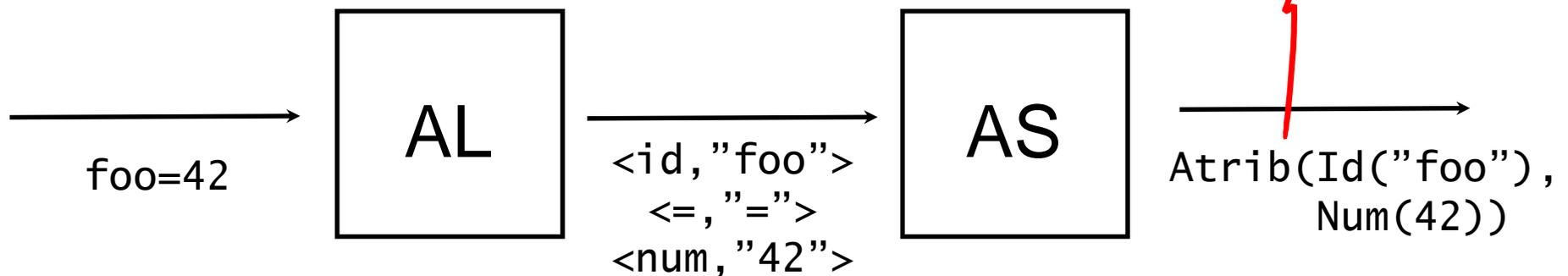
Fabio Mascarenhas – 2015.2

<http://www.dcc.ufrj.br/~fabiom/comp>

# Análise Sintática

---

- A análise sintática agrupa os tokens em uma *árvore sintática* de acordo com a estrutura do programa (e a gramática da linguagem)
- Entrada: sequência de tokens fornecida pelo analisador léxico
- Saída: árvore sintática do programa



# Análise Sintática

---

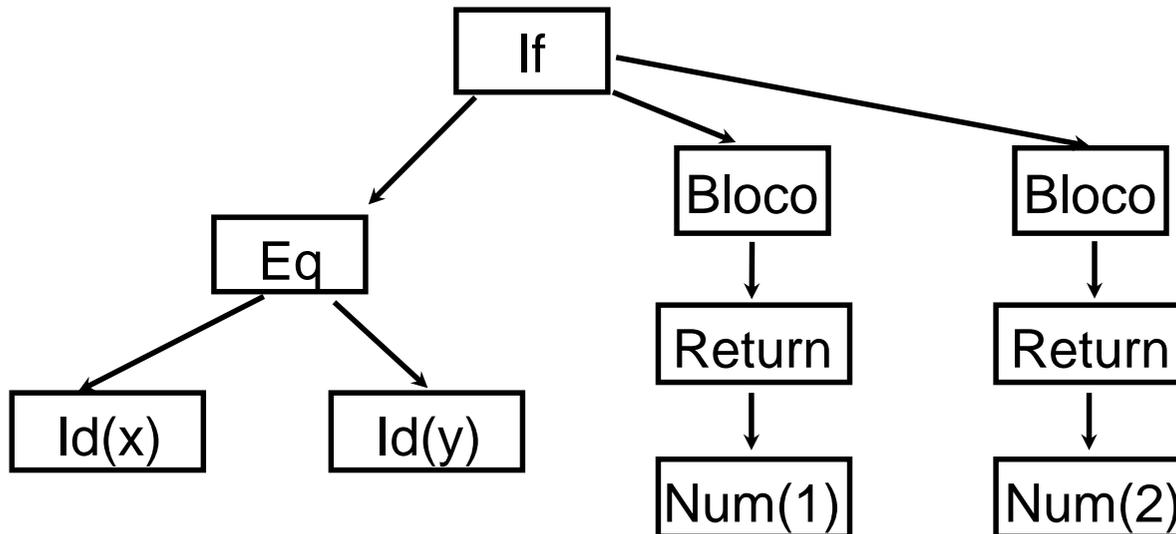
- Programa:

```
if | x | == | y | then | return | 1 | else | return | 2 | end |
```

- Tokens:

IF ID EQ ID THEN RETURN NUM ELSE RETURN NUM END

- Árvore:



# Programas válidos e inválidos

---

- Nem todas as sequências de tokens são programas válidos
- O analisador sintático tem que distinguir entre sequências válidas e inválidas
- Precisamos de:
  - Uma linguagem para *descrever sequências válidas de tokens* e a estrutura do programa → especificação → GRAMÁTICAS
  - Um *método* para distinguir sequências válidas de inválidas e extrair essa estrutura das sequências válidas → implementação, PARSERS

# Estrutura recursiva

---

- A estrutura de uma linguagem de programação é *recursiva*
- Uma *expressão* é:
  - $\langle \text{expressão} \rangle + \langle \text{expressão} \rangle$
  - $\langle \text{expressão} \rangle == \langle \text{expressão} \rangle$
  - $( \langle \text{expressão} \rangle )$
  - ...
- *Gramáticas livres de contexto* são uma notação natural para esse tipo de estrutura recursiva

# CFGs

---

- Uma gramática livre de contexto (CFG) é formada por:

- Um conjunto de *terminais* ( $T$ ) → tokens (tipos)

- Um conjunto de *não-terminais* ( $V$ ) → estrutura → expressão comando

- Um *não-terminal inicial* ( $S$ )

- Um conjunto de *produções* ( $P$ ) → regras sintáticas

# Produções

---

- Uma produção é um par de um *não-terminal* e uma cadeia (possivelmente vazia) de terminais e não-terminais
- Podemos considerar produções como *regras*; o não-terminal é o lado esquerdo da regra, e a cadeia é o lado direito
- É comum escrever gramáticas usando apenas as produções; os conjuntos de terminais e não-terminais e o não-terminal inicial podem ser deduzidos com a ajuda de algumas convenções tipográficas

*id*    *num*  
*E*    *EXP*    *CMD*    *C*

# CFGs são geradores

---

- Uma CFG é um *gerador* para cadeias de alguma linguagem
- Para gerar uma cadeia, começamos com o não-terminal inicial
- Substituímos então um não-terminal presente na cadeia pelo lado direito de uma de suas regras
- Fazemos essas substituições até ter uma string apenas de terminais

# Deriva em um passo/n passos

---

- Se obtemos a cadeia  $w$  a partir da cadeia  $v$  com uma substituição de não-terminal dizemos que  $v$  deriva  $w$  em um passo:  $v \rightarrow w$
- O fecho reflexivo-transitivo da relação *deriva em um passo* é a relação *deriva em  $n$  passos*:

- $v \xrightarrow{0} v$

- Se  $v \rightarrow w$  então  $v \xrightarrow{1} w$

- Se  $u \xrightarrow{m} v$  e  $v \xrightarrow{n} w$  então  $u \xrightarrow{m+n} w$

- A *linguagem* da gramática  $G$  são as cadeias de **terminais**  $w$  tal que  $S \xrightarrow{*} w$

# Quiz

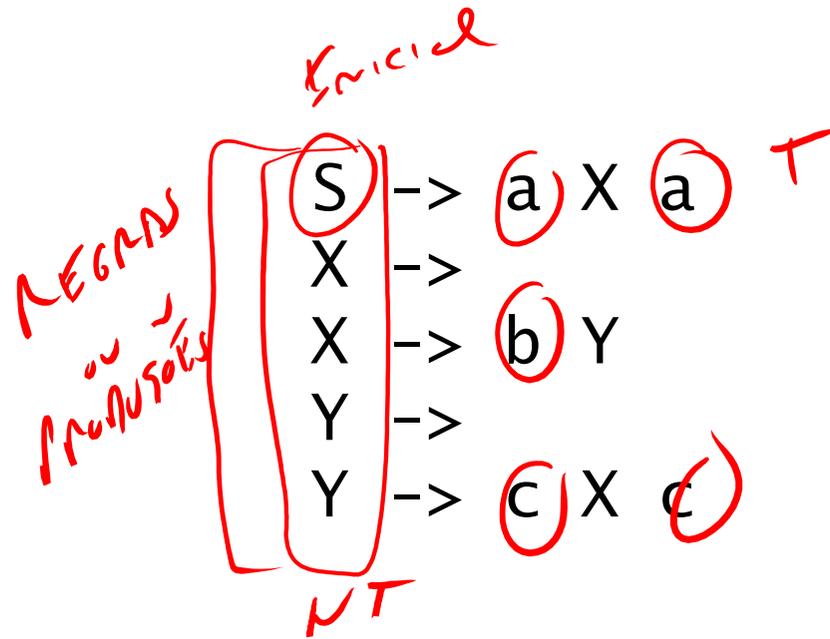
- Quais das cadeias abaixo estão na gramática dada?

~~X~~ a b c b a

~~X~~ a c c a

✓ a b a

~~X~~ a b c b c b a



# Quiz

---

- Quais das cadeias abaixo estão na gramática dada?

a b c b a

a c c a

\* a b a

a b c b c b a

$S \rightarrow a X a$

$X \rightarrow$

$X \rightarrow b Y$

$Y \rightarrow$

$Y \rightarrow c X c$

# Exemplo - expressões aritméticas simples

---

- Uma gramática bastante simples mas que exemplifica várias questões de projeto de gramáticas

$S \rightarrow E$  *SENTINELA*

$E \rightarrow E + E$

$E \rightarrow E * E$

$E \rightarrow ( E )$

$E \rightarrow \text{num}$  *caso base*

# Forma é importante

---

- Na construção de compiladores estamos tão interessados nas gramáticas quanto as linguagens que elas geram
- Muitas gramáticas podem gerar a mesma linguagem, mas a gramática vai ditar a *estrutura* do programa resultante
- A estrutura é a saída mais importante da fase de análise sintática

# Derivações

- Uma *derivação* de uma cadeia  $w$  é uma sequência de substituições que leva de  $S$  a  $w$ :

$S \rightarrow x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow \dots \rightarrow w$

$S \rightarrow (E) \rightarrow (E) + (E) \rightarrow (E) + num$

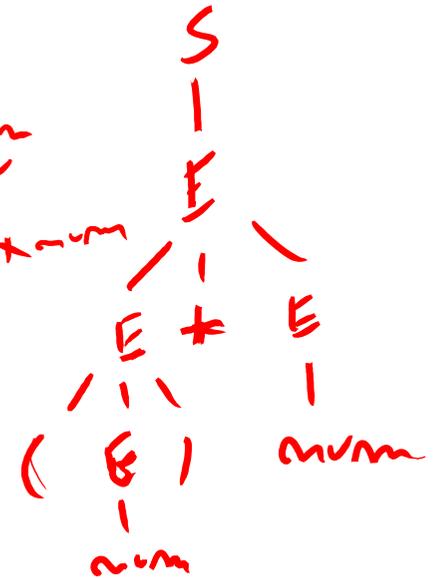
$(E) + num$

$(num) + num$

- Uma derivação pode ser desenhada como uma árvore

- A raiz é  $S$

- Para se uma substituição  $X \rightarrow Y_1 \dots Y_n$  é usada acrescenta-se os filhos  $Y_1 \dots Y_n$  ao nó  $X$



# Árvore sintática (árvore de parse)

---

- Uma árvore sintática [concreta] tem
  - terminais nas folhas
  - não-terminais nos nós interiores
- Percorrer as folhas da árvore *em ordem* dá a cadeia sendo derivada
- A árvore sintática dá a *estrutura e associatividade* das operações que a cadeia original não mostra

*num + num + num*



# Mais à esquerda e mais à direita

---

- Qualquer sequência de substituições que nos leve de  $S$  a  $w$  é uma derivação de  $w$ , mas em geral estamos interessados em *derivações sistemáticas*
- Uma *derivação mais à esquerda* de  $w$  é uma sequência de substituições em que sempre substituímos o não-terminal *mais à esquerda*
- Uma *derivação mais à direita* de  $w$  é uma sequência de substituições em que sempre substituímos o não-terminal *mais à direita*
- Veremos que estratégias de análise sintática diferentes levam a derivações mais à esquerda ou mais à direita

# Unicidade da árvore sintática

---

- Podemos ter várias *derivações* para uma mesma cadeia  $w$ , mas só pode haver **uma árvore sintática**
- A árvore sintática dá a estrutura do programa, e a estrutura se traduz no significado do programa
- Logo, um programa com mais de uma árvore sintática tem mais de uma possível interpretação!
- Já a diferença entre uma derivação mais à esquerda e mais à direita se traduz em uma diferença na implementação do analisador sintático, e não na estrutura do programa

# Uma cadeia, duas árvores

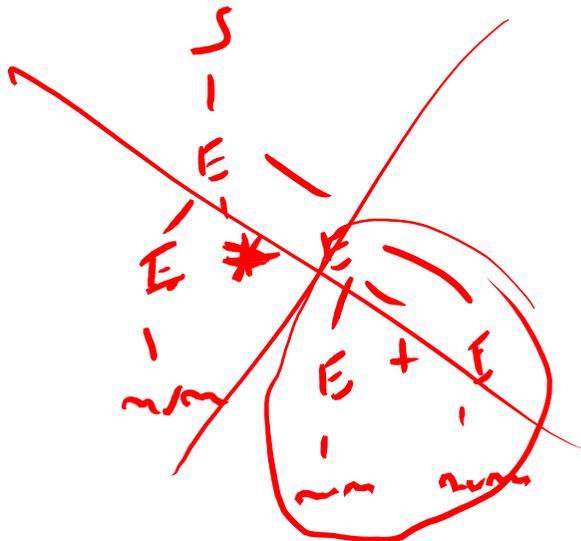
- Vamos voltar para a gramática de expressões:

$S \rightarrow E \rightarrow E * E \rightarrow n * E$   
 $\rightarrow n * E + E$   
 $\rightarrow n * n + E$   
 $\rightarrow n * n + n$

$S \rightarrow E$   
 $E \rightarrow E + E$   
 $E \rightarrow E * E$   
 $E \rightarrow ( E )$   
 $E \rightarrow \text{num}$

$) \rightarrow E \rightarrow E + E \rightarrow E * E + E$   
 $\rightarrow n * E + E$   
 $\rightarrow n * n + E$   
 $\rightarrow n * n + n$

- Podemos obter duas árvores diferentes para a cadeia  $\text{num} * (\text{num} + \text{num})$



# Ambiguidade

---

- Uma gramática é *ambígua* se existe alguma cadeia para qual ela tem mais de uma *árvore sintática*
  - De maneira equivalente, se existe mais de uma derivação *mais à esquerda* para uma cadeia
  - Ou se existe mais de uma derivação *mais à direita* para uma cadeia
  - As três definições são equivalentes
- Ambiguidade é ruim para uma linguagem de programação, pois leva a interpretações inconsistentes entre diferentes compiladores

# Detectando ambiguidade

---

- Infelizmente, não existe um algoritmo para detectar se uma gramática qualquer é ambígua ou não
- Mas existem *heurísticas*, a principal delas é verificar se existe uma regra misturando *recursão à esquerda* e *recursão à direita*
  - É o caso da gramática de expressões
  - Às vezes isso é bem sutil: ambiguidade do if-else

```
S -> C
C -> if exp then C
C -> if exp then C else C
C -> outros
```

# Removendo ambiguidade

---

- Do mesmo modo, não há um algoritmo para remover ambiguidade
- Se a ambiguidade está na gramática, e não na própria linguagem, o jeito é encontrar a *fonte* da ambiguidade e reescrever a gramática para eliminá-la
- No caso de ambiguidade em gramáticas de expressões e operadores, a ambiguidade vem da gramática não estar levando em conta as regras de associatividade e precedência dos operadores
- Em uma gramática de expressões, cada nível de precedência tem que ganhar seu próprio não-terminal
- Operadores que devem ser associativos à esquerda precisam usar recursão à esquerda, e associativos à direita precisam de recursão à direita

# Expressões simples, sem ambiguidade

---

- Assumindo que \* tem precedência sobre +, e ambos são associativos à esquerda (ou seja,  $\text{num} + \text{num} + \text{num}$  deve ser interpretado como  $(\text{num} + \text{num}) + \text{num}$ )

$$\begin{aligned} S &\rightarrow E \\ E &\rightarrow E + T \\ E &\rightarrow T \\ T &\rightarrow T * F \\ T &\rightarrow F \\ F &\rightarrow ( E ) \\ F &\rightarrow \text{num} \end{aligned}$$

# Expressões simples, sem ambiguidade

---

- Assumindo que  $\wedge$  tem precedência sobre  $*$  que tem precedência sobre  $+$ ,  $\wedge$  é associativo à direita,  $*$  e  $+$  são associativos à esquerda (ou seja,  $\text{num} + \text{num} + \text{num}$  deve ser interpretado como  $(\text{num} + \text{num}) + \text{num}$ )

$$\begin{aligned} S &\rightarrow E \\ E &\rightarrow E + T \\ E &\rightarrow E - T \\ E &\rightarrow T \\ T &\rightarrow T * F \\ T &\rightarrow F \\ F &\rightarrow A \wedge F \\ F &\rightarrow A \\ A &\rightarrow ( E ) \\ A &\rightarrow \text{num} \end{aligned}$$

# Duas derivações, uma árvore

---

- Duas derivações de uma frase podem dar a mesma árvore de uma for mais à esquerda e outra mais à direita

S  $\rightarrow$  E

-1-  $\rightarrow$  E + E

-2-  $\rightarrow$  E \* E + E

-4-  $\rightarrow$  num \* E + E

-4-  $\rightarrow$  num \* num + E

-4-  $\rightarrow$  num \* num + num

S  $\rightarrow$  E

-1-  $\rightarrow$  E + E

-4-  $\rightarrow$  E + num

-2-  $\rightarrow$  E \* E + num

-4-  $\rightarrow$  E \* num + num

-4-  $\rightarrow$  num \* num + num

# Duas derivações, duas árvores

---

- Duas derivações mais à esquerda dão duas árvores diferentes: gramática ambígua

S  $\rightarrow$  E  
-1-  $\rightarrow$  E + E  
-2-  $\rightarrow$  E \* E + E  
-4-  $\rightarrow$  num \* E + E  
-4-  $\rightarrow$  num \* num + E  
-4-  $\rightarrow$  num \* num + num

S  $\rightarrow$  E  
-2-  $\rightarrow$  E \* E  
-4-  $\rightarrow$  num \* E  
-1-  $\rightarrow$  num \* E + E  
-4-  $\rightarrow$  num \* num + E  
-4-  $\rightarrow$  num \* num + num

# If-else sem ambiguidade

---

- Uma solução adotada por diversas linguagens é acrescentar um delimitador que fecha o if:

```
S -> C  
C -> if exp then C end  
C -> if exp then C else C end  
C -> outros
```

- Uma desvantagem é que agora é necessário ter uma construção “else-if” para ter ifs em cascata sem uma multiplicação de ends
- E claro, estamos mudando a linguagem!

# If-else sem ambiguidade, com a “cara de C”

---

- Uma solução adotada por diversas linguagens é acrescentar um delimitador que fecha o if:

```
S -> C
C -> if exp { C }
C -> if exp { C } else { C }
C -> outros
```

- Uma desvantagem é que agora é necessário ter uma construção “else-if” para ter ifs em cascata sem uma multiplicação de ends
- E claro, estamos mudando a linguagem!

# If-else sem mudar a linguagem

---

- Outra solução é separar os ifs em dois tipos, com não-terminais diferentes:

```
S  -> C
C  -> if exp then C
C  -> if exp then CE else C
C  -> outros
CE -> if exp then CE else CE
CE -> outros
```

- Notem a semelhança com a gramática não ambígua de expressões

# Quiz

---

- Qual a versão não ambígua da gramática:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow S S \\ S &\rightarrow a \\ S &\rightarrow b \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} S &\rightarrow S a \\ S &\rightarrow S b \\ S &\rightarrow \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} S &\rightarrow S S' \\ S' &\rightarrow a \\ S' &\rightarrow b \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} S &\rightarrow S \\ S &\rightarrow S' \\ S' &\rightarrow a \\ S' &\rightarrow b \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} S &\rightarrow S a \\ S &\rightarrow S b \\ S &\rightarrow a \\ S &\rightarrow b \end{aligned}$$

# Quiz

---

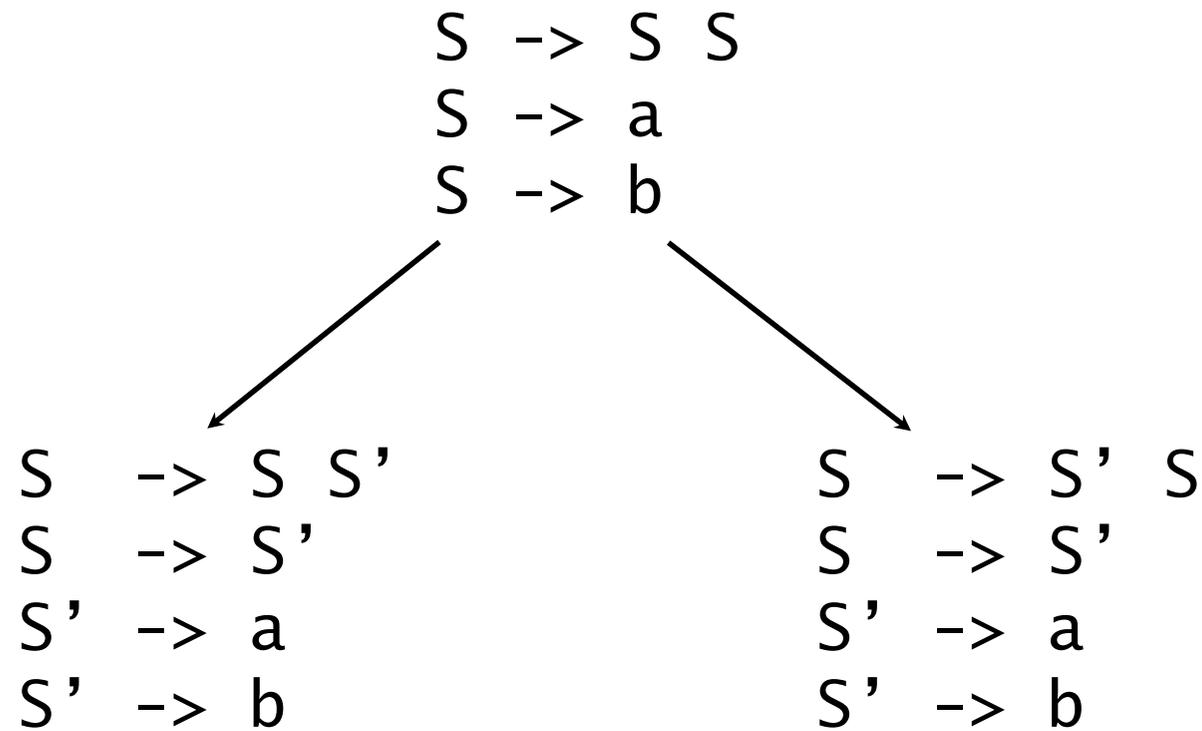
- Qual a versão não ambígua da gramática:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow S S \\ S &\rightarrow a \\ S &\rightarrow b \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} S &\rightarrow S a \\ S &\rightarrow S b \\ S &\rightarrow \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} S &\rightarrow S S' \\ S' &\rightarrow a \\ S' &\rightarrow b \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} S &\rightarrow S \\ S &\rightarrow S' \\ S' &\rightarrow a \\ S' &\rightarrow b \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} * S &\rightarrow S a \\ S &\rightarrow S b \\ S &\rightarrow a \\ S &\rightarrow b \end{aligned}$$

# Quiz

---

- Qual a versão não ambígua da gramática:



# Contornando ambiguidade

---

- Na prática, um uso judicioso de ambiguidade pode simplificar a gramática, e deixar ela mais natural
- Tanto a versão ambígua da gramática de expressões simples quanto a gramática do if-else são mais simples que suas versões não ambíguas!
- Podemos eliminar a ambiguidade não na gramática, mas na *implementação do analisador sintático*
- As ferramentas de geração de analisadores possuem regras de eliminação de ambiguidade, e diretivas de precedência e associatividade que permitem controlar como essa eliminação é feita